

## ***Um estudo de simulação sobre o processo de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões***

António Caleiro  
([caleiro@uevora.pt](mailto:caleiro@uevora.pt))

Departamento de Economia  
CEFAGE – UE  
Universidade de Évora  
Largo dos Colegiais, 2  
7000-803 Évora  
Portugal

### **Resumo**

Os movimentos migratórios (internos ou internacionais) podem ser entendidos como uma forma de ‘votação com os pés’, na medida em que podem corresponder a deslocações populacionais em direcção a territórios (outras regiões no próprio país ou no estrangeiro) onde, supostamente, o nível de vida alcançado seja relativamente mais elevado. No caso específico das migrações internas, o fenómeno da ‘votação com os pés’ tem consequências ao nível da ‘votação com as mãos’ já que, do ponto de vista eleitoral, torna as regiões de acolhimento relativamente mais importantes que as regiões de partida. Assim, uma política de distribuição de recursos pelas diversas regiões em função do seu nível populacional, independentemente do seu carácter eleitoralista, pode constituir-se como catalisadora de um processo dinâmico de desertificação populacional de territórios que, por isso, se caracterizam por um nível de pobreza crescente, em resultado da perda de capital humano e de recursos materiais ou físicos. O objectivo principal da comunicação é, assim, proceder a uma análise do processo dinâmico de interacção, em termos regionais, entre o nível de recursos humanos (os quais podem variar de acordo com os movimentos migratórios por causas económicas) e o nível de recursos económicos (os quais podem, por via eleitoral, variar de acordo com o nível populacional). Para tal é utilizada uma metodologia simplificada do tipo simulação baseada em agentes [*agent based simulation*], cujos resultados ilustram claramente a associação do processo de desertificação populacional à ‘armadilha da pobreza’ (a nível regional).

### **1. Introdução e motivação**

O enriquecimento, quer em termos (de recursos) humanos quer em termos (de recursos) materiais ou físicos, de algumas regiões faz-se, por vezes, como é sabido, à custa do empobrecimento de outras regiões, quer do próprio país quer de outros países. Este é, quase sempre, o caso quando o processo de enriquecimento/empobrecimento populacional resulta de migrações humanas, as quais, em determinadas circunstâncias, acarretam um processo de enriquecimento/empobrecimento físico das regiões de destino/origem.

Do ponto de vista económico, uma abordagem às migrações, consiste em assumir que estas resultam de processos de decisão por parte dos agentes que os levam a mover-se de áreas economicamente menos atractivas para outras onde as condições económicas sejam, aparentemente, melhores. Neste facto consiste a ‘votação com os pés’ (Tiebout, 1956).<sup>1</sup>

Assim, o fenómeno da ‘votação com os pés’ pode ser visto como baseando-se no princípio de preferência revelada (Wall, 1999), ao assumir que a migração de uma região, digamos A, para uma região, digamos B, revela que as pessoas preferem viver na região B (mais do que na região A). Assim, de acordo com esta visão é suposto associar-se a migração a ganhos de natureza económica (Smits, 2001). Na verdade, dado que o processo de decisão envolve incerteza quanto às condições económicas no local de destino não é necessariamente verdade que as populações emigrantes beneficiem com a migração (Caleiro, 2005; Clark, 2008).

De facto, o modelo original de Tiebout (1956) considerou a situação em que as pessoas se deslocariam para comunidades melhor servidas do ponto de vista público, i.e. tendo em conta os impostos e a oferta de bens públicos associados a cada comunidade. A generalização do argumento original permitiu considerar outras situações em que as migrações (e/ou as suas consequências) se verificam por razões de natureza económica (Oates, 2006).<sup>2</sup>

Os movimentos migratórios (internos ou internacionais) podem, assim, ser entendidos como uma forma de ‘votação com os pés’, na medida em que podem corresponder a deslocações populacionais em direcção a territórios (outras regiões no próprio país ou

---

<sup>1</sup> Apesar da literatura considerável que este modelo desencadeou, a validação empírica do modelo de ‘votação com os pés’ *a la* Tiebout mereceu pouca atenção, sendo excepções Gramlich & Rubinfeld (1982), Graves & Waldman (1991), Conway & Houtenville (1998), Epple & Sieg (1999), Kahn (2000) e Banzhaf & Walsh (2008).

<sup>2</sup> Na verdade, a generalização, enquanto elemento fundamental do método científico, é particularmente difícil de se proceder quando diz respeito ao comportamento dos agentes num contexto espacial (Clark, 2008). De facto, o procedimento científico baseado no teste (e eventual rejeição de hipótese/s), assim como no poder preditivo, sendo elementos centrais no método científico, tornam-se, sobretudo este último, de difícil aplicação no âmbito das ciências sociais.

no estrangeiro) onde, supostamente, o nível de vida alcançado seja relativamente mais elevado.

No caso específico das migrações internas, o fenómeno da ‘votação com os pés’ tem consequências ao nível da ‘votação com as mãos’ já que, do ponto de vista eleitoral, torna as regiões de acolhimento relativamente mais importantes que as regiões de partida (Caleiro, 2004a; Caleiro, 2004b). Assim, uma política de distribuição de recursos pelas diversas regiões em função do seu nível populacional, independentemente do seu carácter eleitoralista, pode constituir-se como catalisadora de um processo dinâmico de desertificação populacional de territórios que, por isso, se caracterizam por um nível de pobreza crescente, em resultado da perda de capital humano e de recursos físicos.

As migrações, enquanto fenómeno envolvendo um comportamento (humano) em contexto espacial, como aquelas associadas ao fenómeno da ‘votação com os pés’, foram inicialmente estudadas considerando partições no espaço, entre as quais se determinavam padrões espaciais de movimentações, do ponto de vista agregado.

A desagregação daqueles comportamentos no espaço (em termos, por exemplo, das localizações das famílias, ou mesmo das empresas) não foi completamente satisfatória, em termos do seu tratamento metodológico. Por exemplo, ao nível dos modelos gravitacionais, sendo certo que a componente espacial é tida em conta, a simples consideração da distância não traduz toda a complexidade que o sistema dinâmico de interações no espaço encerra.

Daquele ponto de vista, a análise do espaço e do lugar tornou-se nuclear em muitas ciências sociais – já o era, obviamente, em Geografia e em Economia Regional –, servindo mesmo de elemento integrador das diferentes perspectivas daquelas ciências sobre o/um mesmo fenómeno, neste caso as migrações (Goodchild et al., 2000).

Por exemplo, uma visão mais completa considera que as migrações (das famílias) se fazem por motivos que se prendem com a alteração da composição do agregado familiar (em particular, por dissolução marital ou pelo acréscimo por via dos nascimentos), com

a alteração da situação no que diz respeito ao emprego, assim como com alterações na composição/natureza da vizinhança (Clark, 2008).<sup>3</sup>

Aquela visão mais completa tem implícita uma alteração (recente) ao nível do paradigma de modelização dos agentes, enquanto indivíduos localizados (temporalmente) no espaço. Assim, uma linha de abordagem mais recente deixou de assumir uma (única) população homogénea de indivíduos, com informação (perfeita) uniformemente distribuída, para assumir, cada vez mais, uma população heterogénea constituída por agentes com diferentes níveis de informação (veja-se, por exemplo, Akerlof, 1997).

De acordo com esta linha de abordagem, cada vez mais se direcciona a análise para sistemas (assumidamente) complexos constituídos por um número elevado de agentes que interagem entre si. Tal como reconhecido em Goodchild et al. (2000), o objectivo desta abordagem não é a determinação de alegados princípios simples de ordem geral, já que muito dificilmente tais princípios podem emergir da análise de sistemas tão complexos, mas antes servem os exemplos desta abordagem como normas de comparação com o comportamento real, sendo essa comparação um ponto de partida para uma melhor compreensão da realidade (Arthur et al., 1997).

No que diz respeito aos processos migratórios que resultam na desertificação de certos territórios, de que é exemplo, o crescimento da população urbana em torno das (grandes) cidades, a sua (acrescida) complexidade tende a dificultar (ainda mais) a compreensão (do modo de formação e desenvolvimento) das cidades.<sup>4</sup> Este crescimento acarreta, obviamente, alterações na paisagem, as quais resultam de um processo contínuo de interacção entre elementos, nomeadamente estados da natureza e pessoas, os quais formam um sistema, regra geral, complexo (Caleiro, 2009). Esta complexidade torna-se, do nosso ponto de vista, particularmente interessante quando envolve ou resulta das decisões tomadas pelas pessoas (em função dos seus interesses e/ou

---

<sup>3</sup> Clark (2008) chama a atenção para a simulação baseada em agentes (*agent-based*) como uma nova abordagem na modelização da 'segregação' urbana, enquanto fenómeno associado a escolhas de vizinhança de natureza racial (Zhang, 2004; Fossett, 2006).

<sup>4</sup> Por exemplo, de acordo com Bloom & Khanna (2007), no ano de 2008 ter-se-ia verificado que, pela primeira vez na história, mais de 50% da população mundial viveria nas zonas urbanas.

características) quanto à sua localização num determinado espaço (com determinadas características), como é o caso da ‘votação com os pés’.

O objectivo principal da comunicação é, assim, proceder a uma análise do processo (complexo) dinâmico de interacção, em termos regionais, entre o nível de recursos humanos (os quais podem variar de acordo com os movimentos migratórios por causas económicas) e o nível de recursos económicos (os quais podem, por via eleitoral, variar de acordo com o nível populacional). Para tal, de acordo com aquela recente abordagem, é utilizada uma metodologia de simulação baseada em agentes [*agent based simulation*], cujos resultados ilustram claramente a associação do processo de desertificação populacional à ‘armadilha da pobreza’ (a nível regional).

O resto deste trabalho apresenta-se estruturado da seguinte forma. A secção 2 analisa o fenómeno da votação com os pés modelizado do ponto de vista de um sistema dinâmico de equações diferenciais, enquanto perspectiva inicial para a simulação (baseada em agentes) do mesmo fenómeno, a qual ocupa a secção 3. A secção 4 termina a comunicação através da apresentação de potenciais vias para novas análises que colmatem as lacunas do presente trabalho.

## **2. A simulação do processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões do ponto de vista dos sistemas dinâmicos**

Tal como atrás se referiu, o objectivo principal deste trabalho é o de se proceder a uma análise do processo dinâmico de interacção, em termos regionais, entre o nível de recursos humanos (os quais podem variar de acordo com os movimentos migratórios por causas económicas) e o nível de recursos económicos (os quais podem, por via eleitoral, variar de acordo com o nível populacional).

Aquela forma de processo dinâmico resulta de se considerar que, no caso específico das migrações internas, o fenómeno da ‘votação com os pés’ tem consequências ao nível da ‘votação com as mãos’ já que, do ponto de vista eleitoral, torna as regiões de acolhimento relativamente mais importantes que as regiões de partida (Caleiro, 2004a; Caleiro, 2004b). Assim, uma política de distribuição de recursos pelas diversas regiões em função do seu nível populacional, independentemente do seu carácter eleitoralista,

pode constituir-se como catalisadora de um processo dinâmico de desertificação populacional de territórios que, por isso, se caracterizam por um nível de pobreza crescente, em resultado da perda de capital humano e de recursos físicos.

Uma forma evidente de modelizar o processo dinâmico atrás descrito consiste no recurso aos sistemas dinâmicos típicos da chamada biologia das populações.<sup>5</sup> Pelas suas características podemos considerar esta forma de modelização como preparatória da simulação do processo de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões que se efectuará na secção seguinte.

Assim, considerem-se duas regiões, digamos A e B, habitadas por duas populações, no momento  $t$ ,  $P_A(t)$  e  $P_B(t)$ , cuja variação ao longo do tempo se relaciona directamente com o nível de recursos (físicos),  $R_A(t)$  e  $R_B(t)$ , existentes nessa região. Pretende-se assim modelizar o processo de ‘votação com os pés’, em que as regiões mais atractivas do ponto de vista dos recursos económicos atraem mais população (eventualmente proveniente da outra região) e/ou são mais ‘vigorosas’ do ponto de vista da natalidade (Caleiro, 2008). Em termos formais ter-se-á:

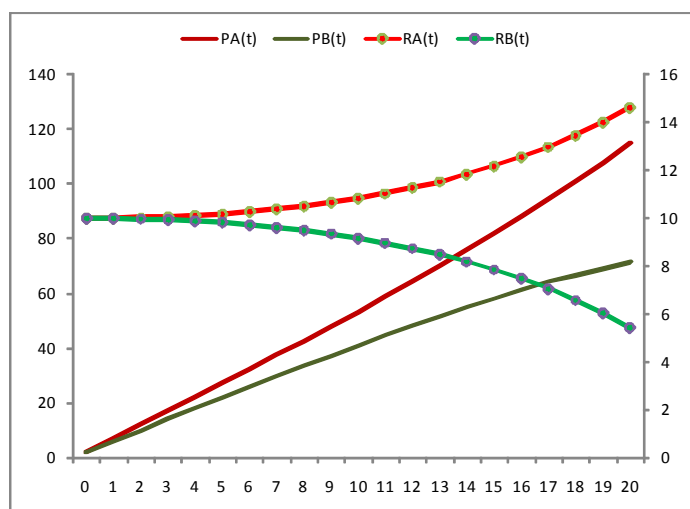
$$\begin{aligned}\frac{dP_A}{dt} &= \alpha R_A, & \alpha > 0 \\ \frac{dP_B}{dt} &= \beta R_B, & \beta > 0\end{aligned}\tag{1}$$

Quanto aos recursos existentes em cada região, admita-se que, sendo o seu nível total constante, a sua variação ao longo do tempo depende, de forma directa, da diferença no nível populacional entre as duas regiões. Pretende-se assim modelizar o processo de ‘votação com as mãos’, em que as regiões mais povoadas são (mais) beneficiadas pelo poder central na distribuição de recursos. Em termos formais ter-se-á:

$$\begin{aligned}\frac{dR_A}{dt} &= \gamma(P_B - P_A) \\ \frac{dR_B}{dt} &= \gamma(P_A - P_B)\end{aligned}\tag{2}$$

<sup>5</sup> Este campo é, obviamente, demasiado vasto para que algumas referências bibliográficas que se apresentassem fossem indubitavelmente as mais relevantes na matéria. Ainda assim, por contemplar alguma análise espacial ao nível da biologia das populações, é merecedor de atenção o programa de simulação *Populus*, o qual pode ser ‘descarregado’ em <http://www.cbs.umn.edu/populus/> (acedido em Abril 05, 2009).

A solução do sistema de equações diferenciais constituído por (1) e (2), sujeito às condições iniciais  $P_A(0)$ ,  $P_B(0)$ ,  $R_A(0)$  e  $R_B(0)$ , (veja-se o anexo 1) permite, então a simulação das trajectórias temporais para os níveis populacionais e de recursos das duas regiões, tal como se ilustra nas figuras 1, 2, 3, 4 e 5.<sup>6</sup> Admitindo uma parametrização de  $\alpha = 0.5$ ;  $\beta = 0.4$  e  $\gamma = 0.015$ , a figura 1 ilustra a situação em que ambas as regiões dispõem inicialmente do mesmo nível de população e do mesmo nível de recursos.<sup>7</sup>

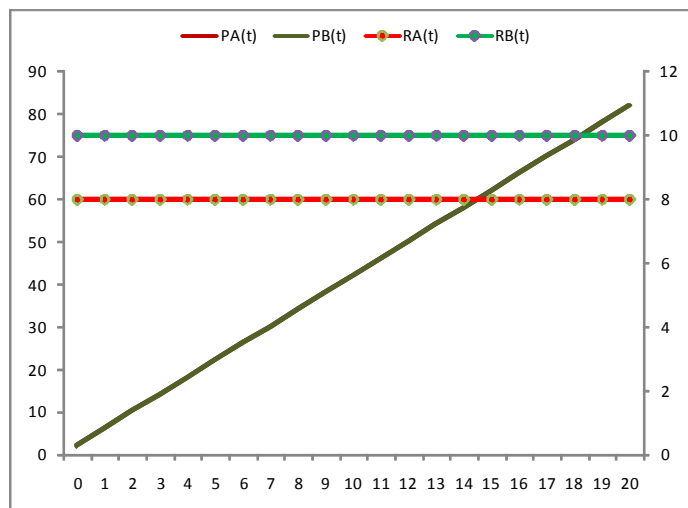


**Figura 1.** Igualdade inicial em população e em recursos físicos

Claramente, apesar da mesma situação de partida, os recursos da região A/B sobem/descem ao longo do tempo, ao mesmo tempo que a região A se torna relativamente mais povoada do que a região B. A explicação para este facto, naturalmente, resulta de, na região A, o nível de recursos ter maior influência sobre a variação da população do que na região B ( $\alpha > \beta$ ). Na verdade uma trajectória equilibrada das duas regiões, quer em termos humanos quer em termos físicos, é possível de se alcançar se a região B dispuser, inicialmente, de mais recursos (veja-se o anexo 1 para uma explicação formal). A figura 2 ilustra esta situação.

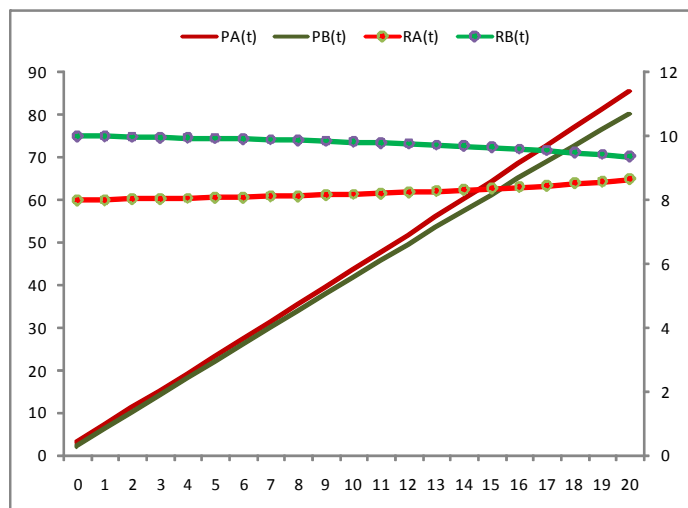
<sup>6</sup> O ficheiro em formato Excel<sup>TM</sup> utilizado na produção das figuras está disponível a pedido junto do autor.

<sup>7</sup> De acordo com os objectivos da simulação, não existe a preocupação de, em cada um dos casos que se seguem, garantir que os valores numéricos façam sentido, i.e. respeitem ou se possam aproximar daquilo que seria possível de observar na realidade.



**Figura 2.** Igualdade inicial em população e desigual em recursos físicos

Neste caso, o nível populacional de ambas as regiões cresce exactamente nos mesmos montantes, não sendo, em termos da figura 2, perceptíveis as duas trajectórias por serem exactamente coincidentes, o que resultou de se ter considerado o mesmo nível inicial de população. Na verdade, basta que o nível inicial de população seja distinto para que a evolução da população em ambas as regiões seja consideravelmente diferente. A figura 3 ilustra a situação em que a região A dispõe inicialmente de mais população do que a região B.



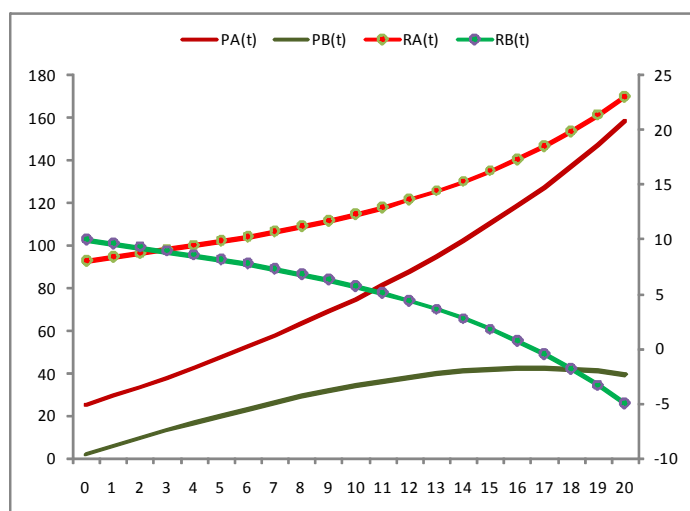
**Figura 3.** Desigualdade inicial em população e em recursos físicos (caso 1)

A figura 3 ilustra claramente o facto de, apesar de uma dotação inicial de recursos mais favorecedora para a região B, o facto é que a (ainda que ligeiramente) maior dotação inicial da população na região A resulta num acréscimo de recursos na própria região e



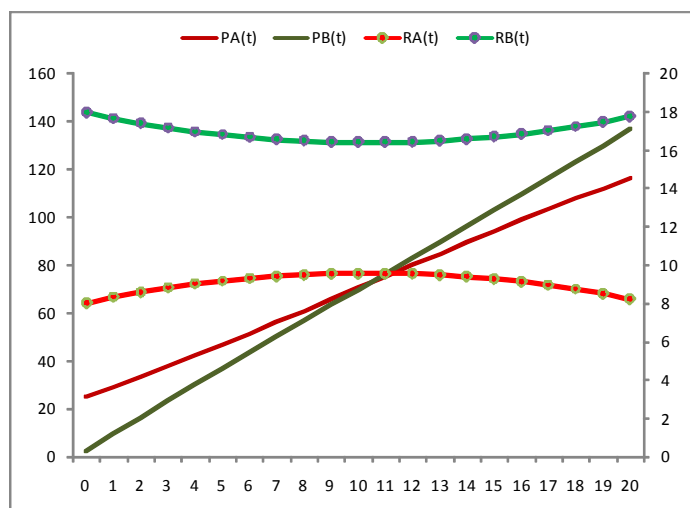
um decréscimo na região B, ao qual se associará, mais tarde ou mais cedo, um decréscimo no nível de população da região B.

Aquele facto não visível na figura 3 por esta não considerar um número suficiente de períodos. Em termos alternativos, para que tal aconteça, mesmo no número de períodos considerado, basta que a população inicial na região A seja suficientemente elevada. A figura 4 ilustra esta situação.



**Figura 4.** Desigualdade inicial em população e em recursos físicos (caso 2)

Aquele processo de empobrecimento humano e físico da região B pode, efectivamente ser invertido se, através de uma dotação (transferência) de recursos, o nível (inicial) de recursos seja ou possa ser reposto a um nível suficientemente elevado. A figura 5 ilustra esta situação.



**Figura 5.** Desigualdade inicial em população e em recursos físicos (caso 3)

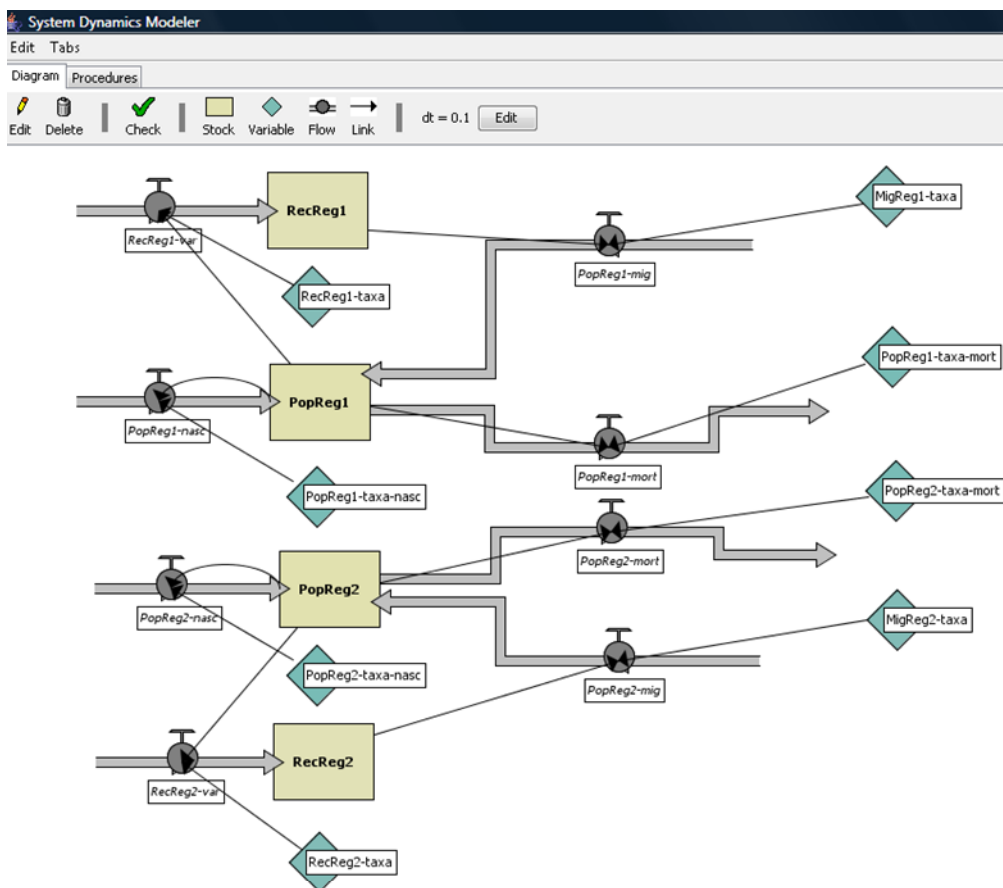
Para além do seu interesse, as simulações atrás apresentadas apresentam uma reconhecível deficiência, ou seja a de não serem, realmente, simulações em que o espaço esteja a ser tido em conta. Assim, na secção seguinte procede-se a uma simulação do processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões em que a componente espacial desempenha um papel relevante.

### 3. A simulação do processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões baseada em agentes

O processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões pode ser simulado de forma mais realista que no caso atrás – embora, o objectivo não seja o de se pretender estar a reproduzir a realidade com a simulação – se se adoptar uma simulação baseada em agentes. Para tal considere-se um modelo escrito em linguagem NetLogo, permitindo considerar também diferentes taxas de natalidade, mortalidade, de migração das populações nas duas regiões, assim como diferentes taxas de recuperação dos recursos.<sup>8</sup> A figura 6 ilustra o sistema de modelização dinâmico considerado.<sup>9</sup>

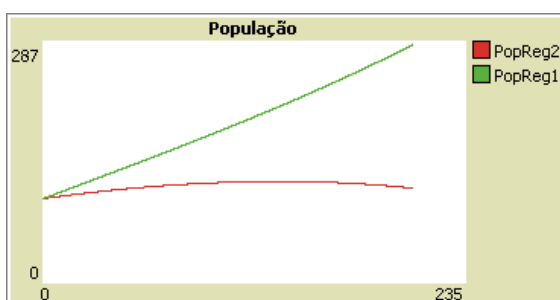
<sup>8</sup> NetLogo é um ambiente de modelização programável com multi-agentes, livremente disponível em <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/> com uma extensíssima gama de aplicações, como comprova o vasto conjunto de modelos colocados à disposição dos utilizadores.

<sup>9</sup> O ficheiro em formato NetLogo utilizado na simulação está disponível a pedido junto do autor.

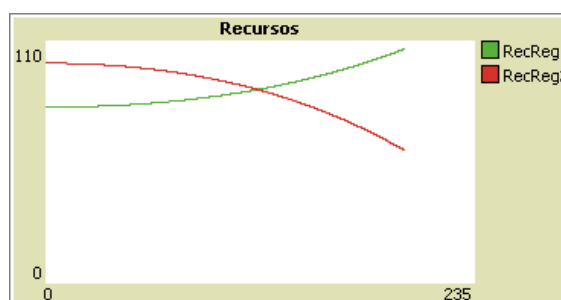


**Figura 6.** O modelo de simulação dinâmica em NetLogo

Usando o sistema atrás considerado, uma simulação confirma imediatamente que uma das regiões passará por um processo de enriquecimento, quer do ponto de vista dos recursos humanos quer do ponto de vista dos recursos físicos, enquanto a outra passará pelo processo contrário, conforme se ilustra nas figuras 7 e 8.



**Figura 7.** O processo de empobrecimento/enriquecimento humano das regiões



**Figura 8.** O processo de empobrecimento/enriquecimento físico das regiões

Podemos constatar que o modelo anterior confirma, de uma forma mais completa, em termos dos aspectos modelizados, os padrões de empobrecimento e de enriquecimento que resultaram das simulações efectuadas na secção anterior.<sup>10</sup>

No modelo anterior utilizou-se uma espécie de *feedback* positivo indirecto, ao considerar-se que variações ao longo do tempo das variáveis relevantes dependeriam, *positivamente*, dos valores assumidos pelas restantes variáveis. Na verdade, ao nível do conjunto de modelização urbana [*Urban Modeling Suite*] de Felsen, Watson e Wileski, no âmbito das actividades do *Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling* (veja-se <http://ccl.northwestern.edu/cities/>), este conceito está presente num modelo, dito de *Feedback* Positivo, escrito também em linguagem NetLogo, o qual pode ser adaptado para o caso em questão.

Este modelo considera o conceito de *feedback* positivo, o qual é considerado um fenómeno comum em muitas áreas de desenvolvimento dos espaços urbanos, sendo crucial para entender o padrão de crescimento das cidades (Batty, 2005: 38-42). Estamos perante um fenómeno de *feedback* positivo quando a taxa de crescimento de uma determinada variável se relaciona positivamente/directamente com a magnitude dessa variável, podendo, assim, ilustrar o caso em que os ricos se tornam mais ricos e os pobres mais pobres, o que se aplica obviamente ao caso em questão, em que as regiões mais ricas se tornam mais ricas e as mais pobres se tornam mais pobres.

Assim, por exemplo, ao admitir-se que as regiões em causa são as que se consideram, naquele modelo, as de natureza urbana e de natureza rural, compreende-se a imediata aplicabilidade daquele modelo para simular o processo de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões. A utilização daquele conceito ao nível do modelo de expansão urbana (Felsen & Wilensky, 2007a) torna-se assim interessante para o presente trabalho.

No que diz respeito ao modelo de expansão urbana, inicia-se por considerar que o terreno/espaco – constituído por células, de acordo com a metodologia NetLogo – não é igualmente atractivo para fixação de áreas urbanas. Em termos do considerado na

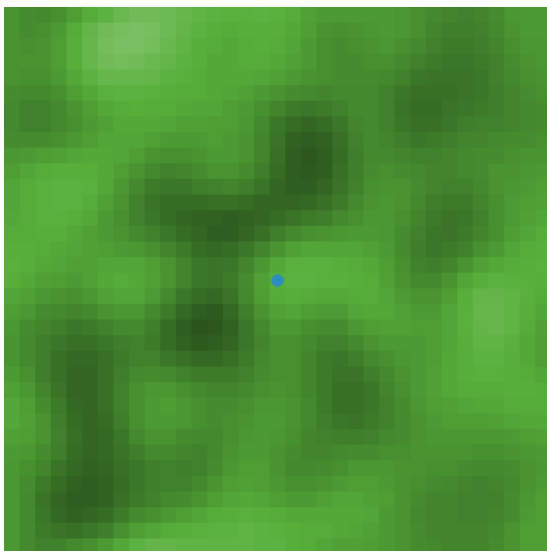
---

<sup>10</sup> Por razões de espaço não se reproduzem todos os casos, tais como os considerados na secção anterior. Estes outros estão disponíveis a pedido junto do autor.

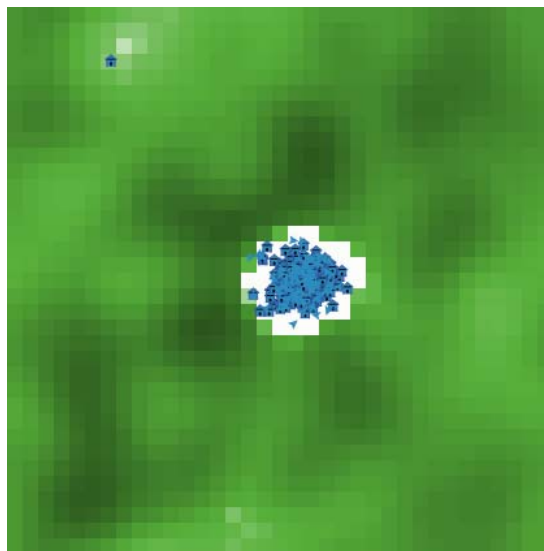
modelização, as células mais claras são mais atractivas e as mais escuras são menos atractivas. Considera-se também uma população (que pode assumir diversos valores) residencial de agentes que podem ser de dois tipos: ou que procuram estabelecer a sua residência, ou seja os que se encontram em fase de migração, ou que (temporariamente) se encontram numa situação residencial.

Através daquele modelo é possível compreender porque se assiste a um caso particular do processo dinâmico (de empobrecimento/enriquecimento) que temos vindo a analisar, ou seja à desertificação dos espaços rurais por contrapartida do congestionamento dos espaços urbanos.

Uma alteração na modelização da atractividade do território no modelo original (Felsen & Wilensky, 2007a) conduz aos resultados que se mostram nas figuras 9 e 10 (Caleiro, 2009).



**Figura 9.** A situação inicial



**Figura 10.** A situação final

Destes exercícios de simulação foi possível replicar alguns dos fenómenos que estão por detrás daquele processo de desertificação (das zonas rurais, em favor das zonas urbanas), tendo em conta por exemplo, a atractividade dos locais nos territórios ou as próprias características dos agentes. Plausivelmente, este caso particular serve, pela sua representatividade, como elemento de confirmação do processo de empobrecimento/enriquecimento, quer do ponto de vista dos recursos humanos quer do ponto de vista dos recursos materiais ou físicos, aqui analisado.

#### 4. Conclusão

Este trabalho pretendeu ajudar a compreender o processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões, o qual resulta da conjugação da hipótese de ‘votação com os pés’ e da das consequências da ‘votação com as mãos’. Para tal recorreu-se, em primeiro lugar, a uma simulação ao nível de um sistema dinâmico de equações diferenciais modelizando aquelas duas hipóteses. Em segundo lugar, recorreu-se a exercícios de simulação baseada em agentes.

Sendo os modelos de simulação aqui utilizados bastante simples, é justo chamar a atenção para as enormes potencialidades que os mesmos, de facto, oferecem, nomeadamente os modelos de simulação baseada em agentes (considerados na secção 3), mas também os modelos da biologia das populações (ilustrados na secção 2).

Por exemplo, ao nível dos modelos de ecologia evolucionária ou de biologia de populações, a inclusão explícita da vertente espacial constitui, indubitavelmente, uma possibilidade para novas vias de análise (Tilman & Kareiva, 1997; Birch & Young, 2006).

Também por exemplo, ao nível do modelo de simulação baseada em agentes de disparidade económica (Felsen & Wilensky, 2007b), as potencialidades para novas análises, no que diz respeito ao processo dinâmico de empobrecimento/enriquecimento humano e físico das regiões, parecem ser evidentes. Tal como se mostrou em Caleiro (2009), este tipo de modelo de simulação, pelas suas características, permite compreender como as zonas mais atractivas economicamente são aquelas que atraem mais as pessoas, sendo certo que a sua atractividade pode ser posta em causa pelo excesso populacional, o que, em certas circunstâncias, leva a uma inversão do fenómeno.

Em termos de recomendação de política (regional), aquela inversão do fenómeno do processo conducente à ‘armadilha da pobreza’, quer do ponto de vista demográfico quer do ponto de vista económico, pode (tem que) resultar através da injeção de recursos nas regiões menos favorecidas já que, de acordo com aquilo que se observa na

realidade, a recuperação populacional com base na população nativa se apresenta muito dificilmente alcançável.

Tal significa que só através do incentivo à migração, resultante da ‘votação com os pés’, se conseguirão alcançar níveis de crescimento demográfico sustentáveis, já que a população nascida na região não chegará para, por si só, o alcançar. Para tal, ter-se-á que contrariar o efeito da ‘votação com as mãos’, o que implica um comportamento político com um horizonte temporal de longo prazo (i.e., por exemplo, isento das pressões eleitoralistas de curto prazo) por parte do poder central.

### Referências bibliográficas

- Akerlof, G. A. (1997), “Social distance and social decisions”, *Econometrica*, 65, 1005-27.
- Arthur, B. A., S. N. Durlauf, & D. A. Lane. (1997), *The economy as an evolving complex system II*, Reading (MA): Addison-Wesley.
- Banzhaf, H. Spencer, & Randall P. Walsh (2008), “Do People Vote with Their Feet? An Empirical Test of Tiebout’s Mechanism”, *American Economic Review*, 98, 3, Junho, 843-863.
- Batty, Michael (2005), *Cities and Complexity: Understanding Cities with Cellular Automata, Agent-Based Models, and Fractals*, Massachusetts (MA): MIT Press.
- Birch, D.A. & William R. Young (2006), “A master equation for a spatial population model with pair interactions”, *Theoretical Population Biology*, 70, 1, 26-42.
- Bloom, David E., & Tarun Khanna (2007), “The Urban Revolution”, *Finance and Development*, 44 (3), Setembro, International Monetary Fund. [disponível em <http://www.imf.org/external/pubs/ft/fandd/2007/09/bloom.htm> (acedido em Fevereiro 14, 2009)]
- Caleiro, António (2004a), “Efeitos Demográficos de um Ciclo Político Regional – Uma primeira abordagem teórica”, Comunicação apresentada no X Encontro da APDR (Universidade de Évora, 26-28 de Junho de 2003).
- Caleiro, António (2004b), “Demografia Regional e Ciclos Políticos: O caso assimétrico”, *Economia e Sociologia*, 77, 5-14.

Caleiro, António (2005), “Estarão os Portugueses a ‘Votar com os Pés’? Uma apreciação sobre a questão”, *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, 9, 2.º quadrimestre, 79-89.

Caleiro, António (2008), “A Spatial Viewpoint on Fertility by Regions in Portugal”, *Revista Portuguesa de Estudos Regionais*, 17, 1.º quadrimestre, 61-75.

Caleiro, António (2009), “Um Exercício de Simulação de Ocupação dos Espaços Rurais e Urbanos”, Comunicação apresentada na 2a. Workshop APDR: Cenários de Transformação da Paisagem Face aos Factores de Mudanças Globais (Universidade de Évora, 13 de Março de 2009).

Clark, William A. V. (2008), “Geography, Space, and Science: Perspectives from Studies of Migration and Geographical Sorting”, *Geographical Analysis*, 40, 258-275.

Conway, Karen Smith, & Andrew J. Houtenville (1998), “Do the elderly ‘vote with their feet?’”, *Public Choice*, 97, 663-685.

Epple, Dennis, & Holger Sieg (1999), “Estimating Equilibrium Models of Local Jurisdictions”, *Journal of Political Economy*, 107, 645-681.

Felsen, M., & U. Wilensky (2007a), “NetLogo Urban Suite - Sprawl Effect model”, <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/UrbanSuite-SprawlEffect>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

Felsen, M., & U. Wilensky (2007b), “NetLogo Urban Suite - Economic Disparity model”, <http://ccl.northwestern.edu/netlogo/models/UrbanSuite-EconomicDisparity>. Center for Connected Learning and Computer-Based Modeling, Northwestern University, Evanston, IL.

Fossett, M. (2006), “Ethnic Preferences, Social Distance Dynamics and Residential Segregation: Theoretical Explorations Using Simulation Analysis”, *Journal of Mathematical Sociology*, 30, 3 & 4, Junho, 185-273.

Goodchild, Michael F., Luc Anselin, Richard P. Appelbaum, & Barbara Herr Harthorn (2000), “Toward Spatially Integrated Social Science”, *International Regional Science Review*, 23, 2, Abril, 139-159.

Gramlich, Edward M., & Daniel L. Rubinfeld (1982), “Micro Estimates of Public Spending Demand Functions and Tests of the Tiebout and Median-Voter Hypotheses”, *Journal of Political Economy*, 90, 3, 536-560.



Graves, Philip E., & Donald M. Waldman (1991), “Multimarket Amenity Compensation and the Behavior of the Elderly”, *American Economic Review*, 81(5), 1374-1381.

Kahn, Matthew E. (2000), “Smog Reduction’s Impact on California County Growth”, *Journal of Regional Science*, 40, 3, 565-582.

Oates, Wallace (2006), “The Many Faces of the Tiebout Model”, in W. Fischel, ed., *The Tiebout Model at Fifty: Essays in Public Economics in Honor of Wallace Oates*, Cambridge, MA: Lincoln Institute of Land Policy, 28-45.

Smits, J. (2001), “Career Migration Self-Selection and the Earnings of Married Men and Women in the Netherlands, 1981-1993”, *Urban Studies*, 38, 541-62.

Tiebout, Charles (1956), “A Pure Theory of Local Expenditures”, *Journal of Political Economy*, 64, 416-424.

Tilman, David, & Peter Kareiva (1997), *Spatial Ecology: The Role of Space in Population Dynamics and Interspecific Interactions*, Princeton: Princeton University Press.

Wall, Howard J. (1999), “‘Voting with Your Feet’ and Metro-Area Livability”, *The Regional Economist*, Federal Reserve Bank of St. Louis, Abril [disponível em <http://stlouisfed.org/publications/re/1999/b/re1999b4.html> (consultado em Março 10, 2009)]

Zhang, J. (2004), “A Dynamic Model of Residential Segregation”, *The Journal of Mathematical Sociology*, 28, 3, Julho, 147-170.



## Anexo 1. O sistema de equações diferenciais

### Sistema

$$\begin{aligned}\frac{dP_A}{dt} &= \alpha R_A \\ \frac{dP_B}{dt} &= \beta R_B \\ \frac{dR_A}{dt} &= \gamma(P_A - P_B) \\ \frac{dR_B}{dt} &= \gamma(P_B - P_A)\end{aligned}$$

### Solução

$$\begin{aligned}P_A(t) &= C_1 + \alpha C_2 t + C_3 \exp\left(\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) + C_4 \exp\left(-\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) \\ P_B(t) &= C_1 + \alpha C_2 t - C_3 \frac{\beta}{\alpha} \exp\left(\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) - C_4 \frac{\beta}{\alpha} \exp\left(-\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) \\ R_A(t) &= C_2 + C_3 \frac{\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}}{\alpha} \exp\left(\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) - C_4 \frac{\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}}{\alpha} \exp\left(-\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) \\ R_B(t) &= \alpha \frac{C_2}{\beta} - C_3 \frac{\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}}{\alpha} \exp\left(\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right) + C_4 \frac{\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}}{\alpha} \exp\left(-\sqrt{\gamma(\alpha + \beta)}t\right)\end{aligned}$$

Onde:

$$\begin{aligned}C_1 &= \frac{\alpha P_B(0) + \beta P_A(0)}{\alpha + \beta} \\ C_2 &= \beta \frac{R_A(0) + R_B(0)}{\alpha + \beta} \\ C_3 &= \frac{1}{2} \alpha \frac{\alpha R_A(0) - \beta R_B(0) + \sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}(P_A(0) - P_B(0))}{(\alpha + \beta)\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}} \\ C_4 &= \frac{1}{2} \alpha \frac{\beta R_B(0) - \alpha R_A(0) + \sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}(P_A(0) - P_B(0))}{(\alpha + \beta)\sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}}\end{aligned}$$

### Notas

$$C_1 > 0$$

$$C_2 > 0$$

$$C_3 = 0 \text{ Se } \alpha R_A(0) - \beta R_B(0) + \sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}(P_A(0) - P_B(0)) = 0$$

$$C_4 = 0 \text{ Se } \beta R_B(0) - \alpha R_A(0) + \sqrt{(\alpha + \beta)\gamma}(P_A(0) - P_B(0)) = 0$$

Se  $\alpha R_A(0) = \beta R_B(0)$  então quando  $C_3 = 0$  também  $C_4 = 0$ , o que acontece quando

$$P_A(0) = P_B(0). \text{ Neste caso, } C_2 = \frac{\beta}{\alpha} R_B(0) \text{ e } C_1 = P_A(0) = P_B(0).$$